MATEMATICA – 5° AÑO - APUL

CONTENIDOS: FUNCIONES LINEALES: Función Afín. Ecuación explicita de la recta. Rectas paralelas y perpendiculares. Sistemas de Ecuaciones lineales con dos incógnitas.

DOCENTE: MARIBEL GAINZA

ACTIVIDAD INICIAL.

1- Grafiquen las siguientes funciones:

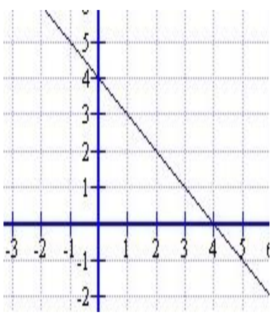
$a)\ f(x) = 2x + 3$

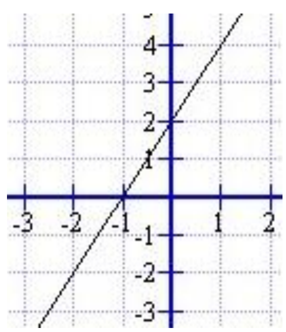
$b)\ f(x) = -3x + 2$

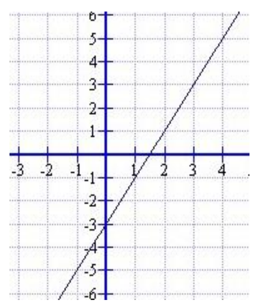
$c)\ y = x + 5$

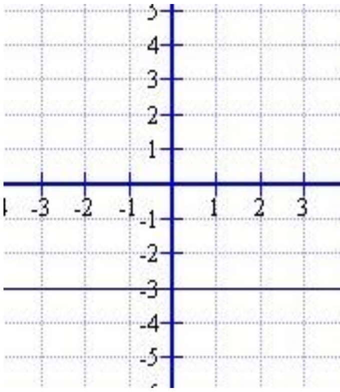
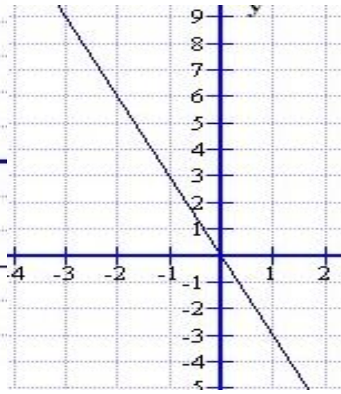
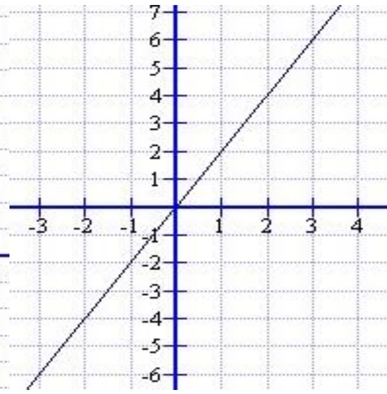
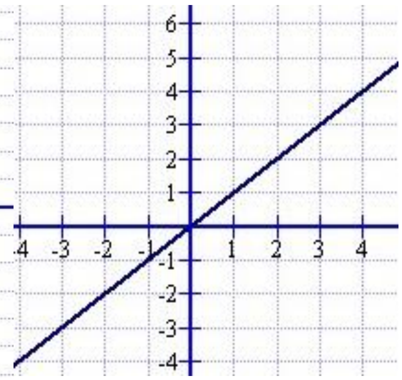
$d)\ f(x) = -\frac{1}{2}x - 3$

2 - A partir de las gráficas, encuentren la ecuación de la recta:







<u>RECTAS PARALELAS Y PERPENDICULARES.</u>

<u>EJERCICIO 1:</u>

1) Grafiquen las siguientes rectas en un mismo plano cartesiano:
   y = 2x + 5   y = 2x - 3   y = 2x
2) Grafiquen las siguientes rectas en un mismo plano cartesiano:
   y = -3x   y= -3x – 3   y = -3x + 1

3) ¿Qué tienen en común las funciones de la actividad Nº 1?

4) ¿Qué tienen en común las gráficas de las funciones de la actividad Nº 1?

5) ¿Qué tienen en común las funciones de la actividad Nº 2?

6) ¿Qué tienen en común las gráficas de las funciones de la actividad Nº 2?

<u>Conclusión</u>: Dos rectas en el plano son paralelas si tienen igual pendiente. m1 = m2

<u>EJERCICIO 2:</u>

1) Grafiquen los siguientes pares de rectas en un mismo plano cartesiano:

a) L1 : y = 2x , L2 : y = - 1/ 2 x

b) L1 : y = 5x , L2 : y = - 1/ 5 x -3

2) Señalen las semejanzas que observe en la gráfica de las funciones de la actividad a) y b) 3) Multiplique entre sí las pendientes de las funciones de la actividad Nº 1.

<u>Conclusión</u>: Dos rectas en el plano son perpendiculares si tienen pendiente invertida y opuesta. m1 ≠ m2.

EJERCICIO 3:

Grafiquen las siguientes funciones sin tabla, en distintos ejes:

I- $y = -2x - 2$ II- $y = -\frac{3}{5}x + 5$ III- $y = \frac{3}{4}x - 5$

a- Determinen una recta paralela y una recta perpendicular a cada una de ellas:
b- Represéntenlas gráficamente en cada eje correspondiente:

ECUACIÓN DE LA RECTA

Recordemos que toda fórmula general de una recta es:

y = mx + b

Donde "m" es la pendiente, y "b" la ordenada al origen.

A continuación analizaremos cómo hallar dicha ecuación, si se tienen como datos:

- UNO DE SUS PUNTOS Y SU PENDIENTE:

Ejemplo: Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto **(1, 2)** y tiene pendiente **m = – 5** .

Tenemos que hallar la ecuación de la recta, esto es, **y = mx + b** .

Usamos a información: **m = – 5** y sustituimos en la ecuación:

y = – 5x + b

Ahora tenemos que buscar la **b** ; usamos el otro dato; la recta pasa por el punto **(1, 2)** , por lo tanto, ese punto es una solución de la ecuación que buscamos. Se sustituyen esos valores de **x = 1, y = 2** en la ecuación que estamos buscando: **2 = – 5 (1) + b**

Despejamos la variable **b** en:

2 = – 5 (1) + b

2 = – 5 + b

2 + 5 = b

b = 7

Sustituimos el valor de **b** en la ecuación que buscamos: **y = – 5x + 7**

La ecuación en su forma principal (simplificada o explícita) es **y = – 5x + 7** .

La cual también podemos expresar en su forma general: **y = – 5x + 7**

EJERCICIO 4:

a- Hallen la ecuación de la recta que tiene pendiente m=3 y pasa por el punto A(-1,2)
b- Hallen la ecuación de la recta que tiene pendiente m=-2 y pasa por el punto A(3,5)
c- Hallen la ecuación de la recta que tiene pendiente 5 y pasa por el punto P(-1,-2).
d- Encuentren la ecuación de la recta paralela a y=2x+5 que pasa por el punto P(2,1).
e- Encuentren la ecuación de la recta perpendicular a y=3x-5 y que pasa por el punto (-2,3).

- DOS DE SUS PUNTOS:

  Ejemplo: Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos (**1, 3**) y (**2, 5**), para ello primero tenemos que hallar la pendiente, sustituyendo estos valores en la siguiente fórmula:

$$\frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} =$$

$$\frac{5-3}{2-1} = 2/1$$

Entonces, una vez hallada la **pendiente** se puede también obtener la ecuación de la recta, con la fórmula:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 3 = 2 (x - 1)$$

$$y = 2x - 2 + 3$$

$$y = 2x + 1$$

EJERCICIO 5:

a- Encuentren la ecuación de la recta que pasa por los puntos (1,-2) y (3,4).
b- Hallen la ecuación de la recta que pasa por: a) A (-3; 4) B) (3; 2) b) C (-1; -2) D (1; 4)
c- Hallen la ecuación de la recta que pasa por el origen y por el punto (1,5).
d- Dados los puntos A (-1; -1) , B (2; 5) y C (3; 1): Encuentren la ecuación de la recta que pasa por los puntos A y B.
e- Encuentren las ecuaciones de las rectas paralela y perpendicular a la anterior que pasa por el punto C.

SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS.

Para comenzar a desarrollar este tema, resolveremos el siguiente problema:

Rodolfo y Graciela quieren comprar golosinas y juntaron, entre los dos, $50. Sabiendo además que Rodolfo puso $10 mas que Graciela. ¿Cuanto dinero puso cada uno en realidad?

Llamemos entonces, x= $ Rodolfo e y= $ Graciela:

$X + y = 50$

Pero, ¿Sabemos resolver este tipo de ecuaciones? ¿Cuantas soluciones tiene? ¿Podemos saber entonces cuanto dinero puso cada uno?

Si Rodolfo puso $10 pesos mas que Graciela, se tiene: $x – 1 = Y$

Las dos ecuaciones anteriores constituyen un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, cuya solución en común, se pretende hallar:

$$X + y = 50$$

$$x – 10 = Y$$

La solución de dicho sistema es x= 30 e y= 20; ya que son los valores que satisfacen las dos ecuaciones del sistema, verificando, se tiene que:

$$30 + 20 = 50$$

$$30 – 10 = 20$$

RESOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES:

Existen dos métodos para resolver un sistema de ecuaciones: Método gráfico y método analítico.

MÉTODO GRÁFICO:

¿Qué representan cada una de las ecuaciones que componen el sistema del problema anterior? Si despejamos la variable y, se puede obtener de cada una de ellas la ecuación explicita de la recta que representan.

Entonces el sistema se expresa así:

$Y = - x + 50$

$Y = x – 10$

Si graficamos estas dos rectas en un mismo sistema de ejes cartesianos. ¿Se cortan estas rectas? ¿En que punto? ¿Qué representa este punto respecto de la situación planteada en el problema? Las coordenadas x e y de dicho punto representan la cantidad de dinero que tenían Rodolfo y Graciela, respectivamente.

Conclusión:

En un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, cada ecuación representa una recta. La solución del sistema resulta ser las coordenadas del punto de intersección de ambas rectas, o sea, las coordenadas del punto que satisface las dos ecuaciones del problema. Por lo que dicho sistema recibe el nombre de ***SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO*** *(tiene una única solución (x, y)*

Pero también existen ***SISTEMAS COMPATIBLES INDETERMINADOS*** *(tienen infinitas soluciones, ya que sus rectas son coincidentes). Y* ***SISTEMAS INCOMPATIBLES****, es decir, que no tiene solución, ya que sus rectas son paralelas.*

EJERCICIO 6:

Grafiquen los siguientes sistemas de ecuaciones y clasifiquen:

$$\begin{cases} x+y=19 \\ 2x-y=2 \end{cases} \begin{cases} x+y=19 \\ 2x+2y=38 \end{cases} \begin{cases} x+y=19 \\ x+y=5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=2x+2 \\ y=2x+1 \end{cases} \begin{cases} 6y-4x=8 \\ 2x+y=12 \end{cases} \begin{cases} y-2x=0 \\ y+x=3 \end{cases}$$

MÉTODOS ANALÍTICOS: MÉTODO DE IGUALACIÓN.

Veamos un ejemplo:

$$\begin{cases} \boldsymbol{x-y=5} \\ \boldsymbol{x+2y=-1} \end{cases}$$

1) Aislamos una incógnita en las **dos ecuaciones**. Escogemos aislar la incógnita *x*:

$$\begin{cases} \boldsymbol{x-y=5} \\ \boldsymbol{x+2y=-1} \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{x=5+y} \\ \boldsymbol{x=-1-2y} \end{cases}$$

2)Igualamos las expresiones. Como *x* = *x*, podemos igualar las expresiones obtenidas:

$$\boldsymbol{5+y=-1-2y}$$

3) Resolvemos la <u>ecuación de primer grado</u> obtenida:

$$\begin{aligned} 5+y &= -1-2y \rightarrow \\ 2y+y &= -1-5 \quad \rightarrow \\ 3y &= -6 \quad \rightarrow \\ y &= -\frac{6}{3} \quad \rightarrow \\ y &= -2 \end{aligned}$$

4) Calculamos la otra incógnita sustituyendo. Sustituimos el valor de la incógnita y en alguna de las expresiones calculadas anteriormente (la primera, por ejemplo):

$$\begin{aligned} x &= 5+y \rightarrow \\ x &= 5-2 \rightarrow \\ x &= 3 \end{aligned}$$

La solución del sistema es $\begin{cases} x=3 \\ y=-2 \end{cases}$

Luego verificamos la solución analítica, gráficamente:

<u>EJERCICIO 7:</u>

Resuelvan por el método de igualación y gráfico los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} x+2y=5 \\ x-y=2 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x+y=5 \\ 4x-y=7 \end{cases} \begin{cases} 2x+3y=5 \\ 3x-4y=-1 \end{cases} \begin{cases} 3x-4y=-4 \\ -2x+3y=3 \end{cases}$$

<u>MÉTODO DE SUSTITUCIÓN.</u>

El **método de sustitución** consiste en aislar en una ecuación una de las dos incógnitas para **sustituirla** en la otra ecuación.

Este método es aconsejable cuando una de las incógnitas tiene coeficiente 1.

Veamos un ejemplo:

$$\begin{cases} 4+x=2y \\ 2x-y=1 \end{cases}$$

1) Aislamos una incógnita. Vamos a aislar la *x* de la primera ecuación. Como su coeficiente es 1, sólo tenemos que pasar el 4 restando al otro lado:

$$\mathbf{4 + x = 2y \rightarrow}$$
$$\mathbf{x = 2y - 4}$$

2) Sustituimos la incógnita en la otra ecuación. Como tenemos que la incógnita *x* es igual *2y-4*, escribimos *2y-4* en lugar de la *x* en la segunda ecuación (sustituimos la *x*):

$$\mathbf{2x - y = 1 \rightarrow}$$
$$\mathbf{2 \cdot (2y - 4) - y = 1 \rightarrow}$$
$$\mathbf{4y - 8 - y = 1}$$

3) Resolvemos la ecuación de primer grado obtenida:

$$\mathbf{4y - 8 - y = 1 \rightarrow}$$
$$\mathbf{3y - 8 = 1 \rightarrow}$$
$$\mathbf{3y = 9 \rightarrow}$$
$$\mathbf{y = \frac{9}{3} = 3}$$

3)Calculamos la otra incógnita sustituyendo. Al despejar la incógnita *x* teníamos $\mathbf{x = 2y - 4}$

Como conocemos *y*=*3*, sustituimos en la ecuación:

$$\mathbf{x = 2y - 4 \rightarrow}$$
$$\mathbf{x = 2 \cdot 3 - 4 \rightarrow}$$
$$\mathbf{x = 6 - 4 = 2}$$

Por tanto, la otra incógnita es *x*=*2*.La solución del sistema es $\begin{cases} \mathbf{x = 2} \\ \mathbf{y = 3} \end{cases}$

Luego verificamos la solución analítica, gráficamente:

EJERCICIO 8:

Resuelvan por el método de sustitución y gráfico los siguientes sistemas:

a- $5x + y = 5$, $7x - y = 13$

b- $x - y = 1$, $5x - 8y = 7$

c- $8x - 4y = 6$, $9x - 3y = 6$

d- $4x - y = 10$, $2x - y = 4$

EJERCICIO 9:

Resuelvan analíticamente y respondan:

a- En el aula de Raúl hay un total de 2727 alumnos, habiendo el doble de chicas que de chicos. ¿Cuántos chicos y chicas hay en la clase de Raúl?

b-Se buscan dos números cuya suma sea 2424 y cuya resta sea 22. ¿Qué números son?

c- Manuel tiene 66 años más que su hermana y sus edades suman 3838. ¿Qué edad tiene cada hermano?

d- La edad actual de Maite es el triple que la de su hija Ana y, dentro de 1010 años, la edad de Maite será el doble que la de Ana. ¿Qué edad tiene Maite?

e-Javier tiene 77 vehículos en su garaje: bicicletas (22 ruedas) y triciclos (33 ruedas). ¿Cuántas bicicletas y cuántos triciclos tiene Javier si suman un total de 1717 ruedas?

ACTIVIDADES DE INTEGRACION:

1- Grafiquen las siguientes funciones :

I- $y = 3x - 1$ II- $y = -1/2x + 2$ III- $y = 2/5x – 3$

a- Determinen una recta paralela y una recta perpendicular a cada una de ellas:
b- Represéntenlas gráficamente en distintos ejes:

2- Hallen la ecuación de la recta correspondiente en cada caso:

a- que tenga pendiente $m=2$ y pase por el punto $A(1,-2)$.
b- que tenga pendiente $m= -3$ y pase por el punto $A(-1,1)$.
c- sea paralela a $y=2x-1$ y que pase por el punto $P(0,3)$.
d- que pase por los puntos $(1;1)$ y $(1;3)$.
e- que pase por el punto $(-2;-1)$ y sea perpendicular a la recta que pasa por los puntos: $(-1;4)(3;1)$.

3- Grafiquen y clasifiquen los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

a- $2x + y = 1$ b- $-x + y = 2$ c- $x + y = 7$

$x – y = 5$ $-x + y = -3$ $2x+2y = 14$

4- Resuelvan analítica y gráficamente los siguientes sistemas:

a- $x – y = 1$ b- $2x – 3y = 9$ c- $5x + 2y = 4$ d- $2x + 4y = 2$

$2x – 3y = 1$ $x + y = -8$ $3x – 3y = 15$ $3x – 2y = 9$

5- Resuelvan analíticamente los siguientes problemas:

a-Un número excede en 12 unidades a otro; y si restáramos 4 unidades a cada uno de ellos, entonces el primero sería igual al doble del segundo. ¿Cuáles son esos números?

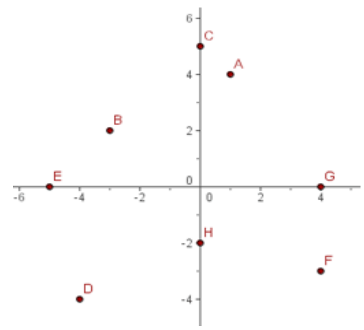
b-La razón entre las edades de dos personas es de 2/3. Sabiendo que se llevan 15 años, ¿cuál es la edad de cada una de ellas?

c-Pablo y Alicia llevan entre los dos $160 . Si Alicia le da $10 a Pablo, ambos tendrán la misma cantidad. ¿Cuánto dinero lleva cada uno?

d- El perímetro de un triángulo isósceles es de 19 cm. La longitud de cada uno de sus lados iguales excede en 2 cm al doble de la longitud del lado desigual. ¿Cuánto miden los lados del triángulo?

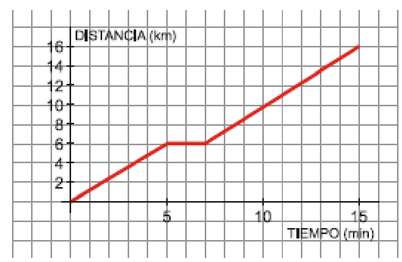
TRABAJO PRACTICO MATEMATICA – 5° AÑO – APUL

DOCENTE: MARIBEL GAINZA



1- Representa en los ejes de coordenadas, los puntos:A(-1, -4), B(0, 1), C(3, 0), D(3/2, -5/2)

2- Escribe las coordenadas que representan los siguientes puntos:

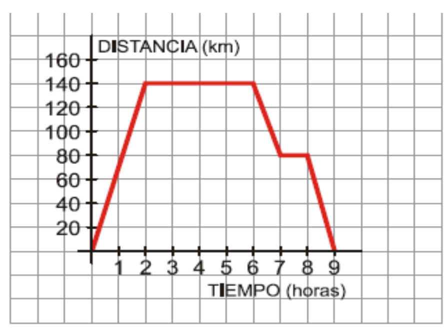


3- La siguiente grafica corresponde al recorrido que Antonio realiza para ir desde su casa al trabajo:

a-¿A que distancia de su casa se encuentra su lugar de trabajo?

b-Ha hecho una parada para esperar a un compañero ¿Durante cuanto tiempo espero?

c-¿Qué velocidad ha llevado en (km/h) durante los primeros 5 minutos de su recorrido?



4- La siguiente gráfica representa una excursión en micro de un grupo de estudiantes, reflejando el tiempo (en horas) y la distancia al instituto (en kilómetros):

a- ¿A cuántos kilómetros estaba el lugar que visitaron?

b- ¿Cuánto tiempo duró la visita al lugar?

a- ¿Cuánto duró la excursión completa (incluyendo el viaje de ida y el de vuelta)?